

Title	$G(\lambda) = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} d\phi(t)$ 二就イテ
Author(s)	北川, 敏男
Citation	全国紙上数学談話会. 60 p.23-p.26
Issue Date	1935-10-04
Version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74140
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

$$218. G(\lambda) = \int_{a-0}^{b+0} e^{\lambda t} d\varphi(t) = \text{就イテ}$$

北川 敏男 (阪大)

1. 南雲氏ノ問題=就イテ (I) デ

$$G(\lambda) = \int_a^b e^{\lambda t} d\varphi(t)$$

ノ behaviour フ調べタ。シカシ Fourier 級数論ヲ
包含サセルタメ=ハ、寧ロ

$$G(\lambda) = \int_{a-0}^{b+0} e^{\lambda t} d\varphi(t)$$

ノ形デ考ヘタ方がヨイ。最近 *Math. Zeitschr.* Band
40, Heft 3 デ R. C. Young がコノ函数, asymptotic
behaviour フ研究シテキル。吾々ノ場合=援
用出来ルトヨイノアアルガ、ソレ程精細=ナツテキナイヤウ
=思ハレル。

ヤハリ 氣長=進ム外ハナイ。

尚, $\varphi(t)$ ノ條件ヲ緩メウルト云ツタが次ノ如キ場合ヲ意味

シテキル。

I. $\varphi(t)$ が点 a 及び b デ不連続ナルトキ:

コノトキ

$$\begin{aligned}\varphi_1(t) &= \varphi(t) & (a < t < b \text{ デハ}) \\ &= \varphi(b-0) & (t \geq b \text{ デハ}) \\ &= \varphi(a+0) & (t \leq a \text{ デハ})\end{aligned}$$

トオケバ

$$\begin{aligned}\int_{a-0}^{b+0} e^{\lambda t} d\varphi(t) &= \{\varphi(a+0) - \varphi(a-0)\} e^{\lambda a} \\ &\quad + \{\varphi(b+0) - \varphi(b-0)\} e^{\lambda b} + \int_a^b e^{\lambda t} d\varphi_1(t)\end{aligned}$$

茲ニ, $\varphi_1(t)$ ハ $[a, b]$ デ有界変分ノ函数デアリ. 特ニ点 a ,
 b デ連続ニナツテキルカラ

$$\begin{aligned}\int_a^b e^{\lambda t} d\varphi_1(t) &= o(e^{\lambda a}) & \Re \lambda \leq 0 \text{ デ} \\ &= o(e^{\lambda b}) & \Re \lambda \geq 0 \text{ デ}\end{aligned}$$

従ツテ

$$\int_{a-0}^{b+0} e^{\lambda t} d\varphi(t) = [D(a)] e^{\lambda a} + [D(b)] e^{\lambda b}$$

ト置キテイル。(但シ $D(a) = \varphi(a+0) - \varphi(a-0)$ 等トス)

II. $\varphi(t)$ が点 a 及び b デ連続ナルトキ:

コノ場合ニハ, a, b が不連続点ノ集積点ニナツテキル
カモ知レヌ。ソノトキニハ一寸手が出ナイが、今ニツノ區間,

$[a, t_1)$ 及び $(t_n, b]$, 各点ハ連続点デアリ. t_1, t_n
ガ不連続点 = ナツテキルトスル。

茲デ

$$\begin{aligned} \varphi_1(t) &= \varphi(t) & t < t_1 &= \tau \\ &= \varphi(t_1-0) & t \geq t_1 &= \tau \\ \varphi_2(t) &= \varphi(t_1+0) & t \leq t_1 &= \tau \\ &= \varphi(t) & t_1 < t < t_n &= \tau \\ &= \varphi(t_n-0) & t \geq t_n &= \tau \\ \varphi_3(t) &= \varphi(t_n+0) & t \leq t_n &= \tau \\ &= \varphi(t) & t > t_n &= \tau \end{aligned}$$

ト定義シテ

$$\begin{aligned} \int_{a-0}^{b+0} e^{\lambda t} d\varphi(t) &= \int_{a-0}^{t_1-0} e^{\lambda t} d\varphi_1(t) + D(t_1) e^{\lambda t_1} + \int_{t_1+0}^{t_n-0} e^{\lambda t} d\varphi_2(t) \\ &\quad + D(t_n) e^{\lambda t_n} + \int_{t_n+0}^{b+0} e^{\lambda t} d\varphi_3(t) \\ &= \int_a^{t_1} e^{\lambda t} d\varphi_1(t) + [D(t_1)] e^{\lambda t_1} + [D(t_n)] e^{\lambda t_n} \\ &\quad + \int_{t_n}^b e^{\lambda t} d\varphi_3(t) \end{aligned}$$

茲デ残りニツノ積分ノ処置, 即チ *asymptotically*
= *exponential sum* = 直スコトガ問題デアル. ソノ
際無假定デ進ミタイ。だが今ノ所ニ寸手が出ナイ。Itch-
marshノ作ツタ example デモ, $G(\lambda)$ ガ実軸上デ

無限 = Oscillate スルヤウナノガアリウ。 (吾々が、サキニ論ジタトキトハ本質的ニ違ッタ behaviour デアル。) ソコデ若干ノ假定ヲ以ツテ今ノ所満足シテ他日ヲ俟タシ。即チ

區間 (a, t_1) デ $\varphi'_1(t)$ が存在シ、点 a, t_1 = テハ夫々 $D_+ \varphi_1(a), D_- \varphi_1(t_1)$ ヲ以ツテ $\varphi'_1(t)$ ヲ定義スルトト、
區間 $[a, t_1]$ デ、 $\varphi'_1(t)$ が有界変分ノ函数デアリ且ツ点 a, t_1 デハ連続デアルトスル。

スルト

$$\begin{aligned} \int_a^{t_1} e^{\lambda t} d\varphi_1(t) &= \int_a^{t_1} e^{\lambda t} \varphi'_1(t) dt \\ &= \left[\frac{e^{\lambda t}}{\lambda} \varphi'_1(t) \right]_a^{t_1} - \frac{1}{\lambda} \int_a^{t_1} e^{\lambda t} d\varphi'_1(t) \\ &= \frac{[\varphi'_1(t_1)] e^{\lambda t_1} - [\varphi'_1(a)] e^{\lambda a}}{\lambda} \end{aligned}$$

但シ $\varphi'_1(t_1), \varphi'_1(a) \neq 0$ ト假定シテオク。

$\varphi_3(t)$ ニツイテモ同様デアル。

III. $\varphi(t)$ が点 a, b ノ一方デ連続、他方デ不連続、トキニハ、I, II ヲ夫々ノ点ニ併用スル。